УПРАЖНЕНИЯ

10.27*. Представьте в тригонометрической форме комплексное число:

1) $z=\sqrt{3}-i$; 2) $z=-2$; 3) $z=1$;

4) $z=i^{17}$; 5) $z=-\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}$;

6) $z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 7) $z=1+\cos\frac{10\pi}{9}+i\sin\frac{10\pi}{9}$.

10.28*. Представьте в алгебраической и тригонометрической формах комплексное число:

1) $z=\dfrac{i\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)}{\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}}$; 2) $z=\dfrac{1}{\cos\frac{4\pi}{3}-i\sin\frac{4\pi}{3}}$; 3) $z=\dfrac{i}{(1+i)^2}$;

4) $z=\dfrac{-\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}}{\cos\frac{13\pi}{12}-i\sin\frac{13\pi}{12}}$; 5) $z=\dfrac{\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{i}$.

10.29*. Представьте в тригонометрической форме комплексное число:

1) $z=\dfrac{5(\cos 100^\circ+i\sin 100^\circ)i}{3(\cos 40^\circ-i\sin 40^\circ)}$; 2) $z=\dfrac{\sin\frac{2\pi}{5}+i\left(1-\cos\frac{2\pi}{5}\right)}{i-1}$.

10.30*. При повороте на угол $\frac{\pi}{2}$ по часовой стрелке и удлинении в 2 раза вектор $\overline{OM}_1$, соответствующий числу $z_1=2+5i$, переходит в вектор $\overline{OM}_2$. Найдите комплексное число, соответствующее вектору $\overline{OM}_2$.

10.31*. Вектор $\overline{OM}$, соответствующий числу $z=-2+3i$, повернут на 180° и удлинен в 1,5 раза. Найдите комплексное число, соответствующее полученному вектору.

10.32*. Запишите комплексное число в алгебраической форме:

1) $z=\dfrac{\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)^3}{2i}$; 2) $z=\left(\frac{i}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$;

3) $z = (\cos 31° + i \sin 31°)^{-10}$; 4) $z = \left(\frac{i^8 + \sqrt{3}i^5}{4}\right)^5$;

5) $z = \frac{(2i)^7}{(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})^6}$; 6) $z = \frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$.

10.33*. Запишите комплексное число в тригонометрической форме:

1) $z = (\sqrt{3} - i)^{100}$; 2) $z = \left(\frac{\sqrt{3}i + 1}{i - 1}\right)^6$;

3) $z = \frac{(1+i)^{2n+1}}{(1-i)^{2n-1}}$, $n \in N$; 4) $z = (\operatorname{tg} 1 - i)^4$;

5) $z = (\operatorname{tg} 2 - i)^4$; 6) $z = \left(\sin\frac{6\pi}{5} + i\left(1 + \cos\frac{6\pi}{5}\right)\right)^5$.

10.34*. При каких целых значениях n справедливо равенство

$$(1+i)^n = (1-i)^n \ ?$$

10.35*. Используя формулу 10.19), найдите все значения $\sqrt[n]{w}$, если:

1) $w = -i$, $n = 2$; 2) $w = -1$, $n = 3$;

3) $w = 8i$, $n = 3$; 4) $w = 1$, $n = 5$.

10.36*. Решите уравнение:

1) $z^3 - 1 = i$; 2) $z^4 - i = 1$;

3) $z^5 - 1 - i\sqrt{3} = 0$; 4) $z^6 + 64 = 0$.

10.37*. Запишите число

$$z = \frac{\sqrt{5+12i} + \sqrt{5-12i}}{\sqrt{5+12i} - \sqrt{5-12i}}$$

в алгебраической форме при условии, что действительные части $\sqrt{5+12i}$ и $\sqrt{5-12i}$ отрицательны.

10.38*. Найдите такие корни уравнения

$$z^{10} - z^5 - 992 = 0,$$

действительные части которых отрицательны.

10.39*. Представьте в алгебраической форме комплексное число:

1) $z = e^{2-i}$; 2) $z = e^{-\frac{3}{2}\pi i + 12\pi i}$; 3) $z = e^{3i + 7 + 3\pi i - \frac{\pi}{2}i}$.

10.40*. Представьте в показательной форме комплексное число:

1) $z=-\sqrt{12}-2i$; 2) $z=-\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}$.

10.41*. Запишите в показательной и алгебраической формах комплексное число:

1) $z=5e^{i\frac{\pi}{4}}\cdot 0{,}2e^{i\frac{\pi}{6}}\left(\cos\frac{5\pi}{12}-i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$;

2) $z=\left(\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{12}}\right)^{-3}$;

3) $z=(\sqrt{3}-i)^6$;

4) $z=\frac{1}{(\cos 12^\circ+i\sin 12^\circ)^5}$;

5) $z=\frac{e^{-i\frac{\pi}{3}}(1+\sqrt{3}i)^7}{i}$.

10.42*. Используя формулу (10.26), найдите все значения $\sqrt[n]{w}$, если:

1) $w=1,\ n=3$; 2) $w=-1,\ n=4$;

3) $w=-4+\sqrt{48}i,\ n=3$; 4) $w=-1-\sqrt{3}i,\ n=4$.