Лекция -2

Логарифм. Свойства логарифмов. Потенцирование и логарифмирование. Формулы перехода от одного основания к другому.

1. Определение логарифма

Словесная формулировка	Математическая запись
Логарифмом положительного числа b по основанию a, где $0<a\neq 1$ есть показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b.	$\log_a b = x \quad a^x = b$ $0<a\neq 1$

Логарифмируемое выражение или число

$$\log_a b = x$$

Основание логарифма $0<a\neq 1$ *Показатель степени*

Из определения логарифма вытекает основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$ $(0<a\neq 1)$

2. Виды логарифмов.

Словесная формулировка	Математическая запись
Если основание логарифма равна 10, то данный логарифм называется ***десятичным*** логарифмом.	$\log_{10} b = \lg b$
Если основание логарифма равна числу «е», то данный логарифм называется ***натуральным*** логарифмом.	$\log_e b = \ln b$

Примечание. Число «е» - иррациональное число $e\approx 2,7$.

3. Свойства логарифмов.

Математическая запись	Словесная формулировка
$\log_a 1 = 0$	Логарифм единицы по любому основанию равен нулю.
$\log_a a = 1$	Логарифм числа, равного основанию, равен единице.
$\lg(a\cdot b) = \lg a + \lg b$	Логарифм произведения двух чисел равен сумме логарифмов от каждого множителя по тому же основанию.
$\lg\frac{a}{b} = \lg a - \lg b$	Логарифм частного двух чисел равен разности логарифмов от делимого и делителя по тому же основанию.
$\lg a^n = n\cdot \lg a$	Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм числа по тому же основанию.

4. Потенцирование – операция нахождения числа по данному его логарифму. Используется при решении логарифмических уравнений и неравенств.

Логарифмирование – операция нахождения логарифма числа или логарифма некоторого выражения. Используется при нахождении числовых значений выражений, при решении простейших показательных уравнений

5. Формулы перехода от одного основания к другому.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \qquad \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \qquad \log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b \qquad \log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$