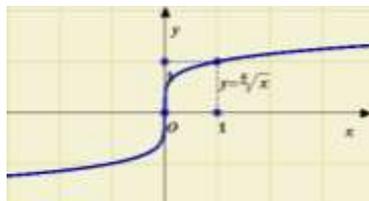


### Иррациональные уравнения.

1. Определение: Уравнение, содержащее переменную под знаком корня, называется иррациональным уравнением.

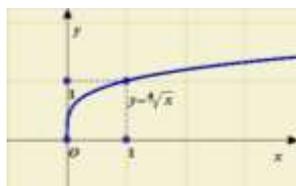
Решение иррационального уравнения основано на преобразовании его к рациональному уравнению, что достигается возведением обеих его частей в одну и ту же степень (иногда несколько раз). В основе всех иррациональных уравнений лежат свойства степенных функций с дробным показателем.

2. Иррациональные уравнения с нечётной степенью.



Так как  $D(\sqrt[5]{x}) = R; E(\sqrt[5]{x}) = R$ , то при возведении обеих частей иррационального уравнения в нечётную степень получается уравнение, равносильное исходному.

3. Иррациональные уравнения с чётной степенью.



Так как  $D(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty); E(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$ , то иррациональное уравнение с чётной степенью будет равносильно смешанной системе, состоящей из ограничений, определяемых областью допустимых значений переменной, и уравнения-следствия, которое получается при возведении обеих частей иррационального уравнения в чётную степень. При решении уравнения-следствия полученные корни проверяют на принадлежность области допустимых значений переменных. Если корень уравнения-следствия не принадлежит ОДЗ, то будет «посторонним».

4. Основные виды иррациональных уравнений и способы их решения.

Виды иррациональных уравнений	Этапы решения
$\sqrt{f(x)} = a$ $\sqrt{f(x)} = g(x)$ $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Записываем смешанную систему           <math display="block">\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)})^2 = (\sqrt{g(x)})^2 \end{cases}.</math> </li> <li>2. Решая неравенства, находим ОДЗ.</li> <li>3. Решаем уравнение-следствие</li> <li>4. Полученные корни проверяем на принадлежность ОДЗ.</li> </ol>
$A\sqrt{f(x)} + B\sqrt{g(x)} = C$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Переносим один корень из левой части уравнения в правую часть.</li> <li>2. Записываем смешанную систему.</li> <li>3. Решая неравенства, находим ОДЗ.</li> <li>4. Решаем уравнение – следствие.</li> <li>5. Полученные корни проверяем на принадлежность ОДЗ.</li> </ol>
$A \cdot \sqrt[n]{f(x)} + B \cdot \sqrt[n]{f(x)} + C = 0$	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вводим вспомогательную переменную <math>m = \sqrt[n]{f(x)}</math>; <math>m^2 = \sqrt[n]{f(x)}</math></li> <li>2. Решаем квадратное уравнение относительно новой переменной.</li> <li>3. Находим значения переменной <math>x</math>, решая уравнение <math>m = \sqrt[n]{f(x)}</math>.</li> </ol>