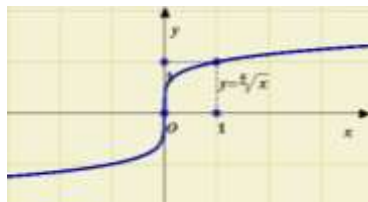


Иррациональные уравнения.

1. Определение: Уравнение, содержащее переменную под знаком корня, называется иррациональным уравнением.

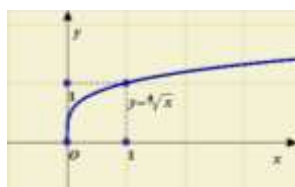
Решение иррационального уравнения основано на преобразовании его к рациональному уравнению, что достигается возведением обеих его частей в одну и ту же степень (иногда несколько раз). В основе всех иррациональных уравнений лежат свойства степенных функций с дробным показателем.

2. Иррациональные уравнения с нечётной степенью.



Так как $D(\sqrt[5]{x}) = R; E(\sqrt[5]{x}) = R$, то при возведении обеих частей иррационального уравнения в нечётную степень получается уравнение, равносильное исходному.

3. Иррациональные уравнения с чётной степенью.



Так как $D(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty); E(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$, то иррациональное уравнение с чётной степенью будет равносильно смешанной системе, состоящей из ограничений, определяемых областью допустимых значений переменной, и уравнения-следствия, которое получается при возведении обеих частей иррационального уравнения в чётную степень. При решении уравнения-следствия полученные корни проверяют на принадлежность области допустимых значений переменных. Если корень уравнения-следствия не принадлежит ОДЗ, то будет «посторонним».

4. Основные виды иррациональных уравнений и способы их решения.

Виды иррациональных уравнений	Этапы решения
$\sqrt{f(x)} = a$ $\sqrt{f(x)} = g(x)$ $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$	<ol style="list-style-type: none"> 1. Записываем смешанную систему $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ (\sqrt{f(x)})^2 = (\sqrt{g(x)})^2 \end{cases}.$ 2. Решая неравенства, находим ОДЗ. 3. Решаем уравнение-следствие 4. Полученные корни проверяем на принадлежность ОДЗ.
$A\sqrt{f(x)} + B\sqrt{g(x)} = C$	<ol style="list-style-type: none"> 1. Переносим один корень из левой части уравнения в правую часть. 2. Записываем смешанную систему. 3. Решая неравенства, находим ОДЗ. 4. Решаем уравнение – следствие. 5. Полученные корни проверяем на принадлежность ОДЗ.
$A \cdot \sqrt[n]{f(x)} + B \cdot \sqrt[n]{f(x)} + C = 0$	<ol style="list-style-type: none"> 1. Вводим вспомогательную переменную $m = \sqrt[n]{f(x)}$; $m^2 = \sqrt[n]{f(x)}$ 2. Решаем квадратное уравнение относительно новой переменной. 3. Находим значения переменной x, решая уравнение $m = \sqrt[n]{f(x)}$.