

# Практическая работа № 1

## Составить математические модели данных задач

### Порядок выполнения

1. Работа выполняется в тонкой тетради (18 листов). Подписывают
2. Распределение вариантов:

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант	6 вариант	7 вариант
выполняют студенты, чьи фамилии стоят под номерами в журнале	1, 8, 15, 22, 29	2, 9, 16, 23, 30	3, 10, 17, 24, 31	4, 11, 18, 25, 32	5, 12, 19, 26, 33	6, 13, 20, 27, 34	7, 14, 21, 28, 35

### Задание:

#### 1 вариант

1. В опытном хозяйстве установили, что откорм животных выгоден тогда, когда животное будет получать в дневном рационе не менее 6 ед. питательного вещества А, не менее 12 ед. вещества В и не менее 4 ед. вещества С. Для кормления животных используются два вида корма. В таблице показано, сколько единиц каждого питательного вещества содержит 1 кг корма каждого вида. Цена 1 кг корма I равна 50 ден. ед., корма II – 60 ден. ед. сколько корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на него были минимальными.

Питательное вещество	корма	
	I	II
A	2	1
B	2	4
C	0	4

2. Бригада приняла заказ на изготовление 50 ед. продукции  $P_1$ , 30 ед. продукции  $P_2$  и 45 ед. продукции  $P_3$ . Продукция производится на станках А и В. Для изготовления на станке А единицы продукции  $P_1$  требуется 4 ед. времени, единицы продукции  $P_2$  – 40 ед., единицы продукции  $P_3$  – 10 ед., на станке В – соответственно 6, 8 и 20 ед. времени. Сколько продукции и какого вида следует изготовить на станках А и В, чтобы заказ был выполнен в минимальное время.

3. С вокзала можно отправлять ежедневно скорые и курьерские поезда. Вместимость вагонов и наличный парк вагонов на станции указаны в таблице. Выбрать такое соотношение между числом скорых и курьерских поездов, чтобы число пассажиров, которых можно отправить ежедневно, достигло максимума.

Характеристика парка вагонов	Типы вагонов				
	багажный	почтовый	плацкартный	купейный	мягкий
Число вагонов в поезде					
Курьерском	1	-	5	6	3
Скором	1	1	8	4	1
Вагон вмещает пассажиров	-	-	58	40	32
Наличный парк вагонов	12	8	81	70	27

#### 2 вариант

1. При изготовлении изделий  $I_1$  и  $I_2$  используются токарные и фрезерные станки, а также сталь и цветные металлы. По техническим нормам на производство единицы изделия  $I_1$  требуется 300 и 200 единиц соответственно токарного и фрезерного оборудования ( в станко-часах) и 410 и 20 единиц стали и цветных металлов (в кг). Для производства единицы изделия  $I_2$  требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами оборудования, 640 и 840 материалов. Прибыль от реализации единицы изделия  $I_1$  – 6 тыс. ден. ед.,  $I_2$  – 16 тыс. ден. ед. Свести исходные данные в таблицу и составить математическую модель задачи (показать эффективность – прибыль).

2. В овощной магазин привозят из трех колхозов одним видом транспорта картофель соответственно по 40, 30 и 10 ден. ед. за 1 кг. На загрузку и складирование 1т картофеля с помощью ленточного транспортера требуется времени: из первого колхоза – 1 мин, из второго – 4 мин, из третьего – 3 мин (разное время разгрузки объясняется различием затоваривания картофелем). Чтобы без задержки удовлетворить потребность покупателей, надо на 12т картофеля, заказываемых ежедневно магазином, затрачивать не более 40 мин. Известно, что первый колхоз может ежедневно поставлять не более 10т, второй – не более 8т, третий - не более 6т картофеля. Сколько картофеля надо привозить в магазин из каждого колхоза, чтобы общая стоимость картофеля была минимальной.

3. Технологическому отделу завода нужно решить задачу о приготовлении не менее 5т сплава для производства деталей. Сплав приготавливается из чистой стали и отходов цветных металлов. Расход чистой стали не должен превышать 4т, а цветных металлов – 6т. Отношение массы цветных металлов к массе стали в сплаве не должно быть больше, чем 7:8. Производственно-технологические условия таковы, что на процессы плавки и литья не может быть отведено более 18ч, при этом на 1т стали уходит 4,5ч, а на 1т цветных металлов – 2ч производственного времени. Стоимость 1т стали – 3ден. ед., цветных металлов – 5 ден. ед. найти состав сплава при условии минимизации его стоимости.

### 3 вариант

1. Фирма выпускает радиоприемники трех различных моделей: А, В, С. Каждое изделие указанных моделей приносит доход в размере 8,15,25ед., соответственно. Необходимо, чтобы фирма выпускала за неделю не менее 100 приемников модели А, 150 модели В и 75 модели С. Каждая модель характеризуется определенными временем, необходимым для изготовления соответствующих деталей, сборки изделия и его упаковки. Так, в частности, в расчете на 10 приемников модели А требуется 3ч для изготовления деталей, 4ч на сборку и 1ч на упаковку. Соответствующие показатели в расчете на 10 приемников модели В равны 3,5;5 и 1,5, а на 10 приемников модели С – 5,8 и 3. В течение недели фирма может израсходовать на производство деталей 150ч, на сборку 200ч на упаковку 60ч. Составить задачу нахождения оптимального производственного плана.

2. Нефтеперерабатывающее предприятие использует два технологических процесса приготовления смесей. Технологический процесс 1 характеризуется следующими показателями: из 1 ед. объема сырой нефти А и 3 ед. объема сырой нефти В получают 5 ед. объема бензина Х и 2 ед. объема бензина У. технологический процесс 2: из 4 ед. объема сырой нефти А и 2 ед. объема сырой нефти В получают 3 ед. объема бензина Х и 8 ед. объема бензина У. запасы сырой нефти составляют 100 ед. объема нефти А и 150 ед. объема нефти В. По условию поставки, требуется произвести не менее 200 ед. объема бензина Х и 75 ед. бензина У. доходы с 1 ед. объема продукции, полученной с помощью технологических процессов 1,2, составляют 15 и 20 ед., соответственно.

3. Промышленная фирма производит изделие, представляющее собой сборку из трех различных узлов. Эти узлы изготавливаются на двух заводах. Из-за различий в составе технологического оборудования производительность заводов по выпуску каждого из трех видов узлов неодинакова. В таблице содержатся исходные данные, характеризующие как

Завод	Максимальный недельный фонд времени, час	Производительность, узел/час		
		Узел 1	Узел 2	Узел 3
1	100	8	5	10
2	80	6	12	4

производительность заводов по выпуску каждого из узлов, так и максимальный суммарный ресурс времени, которым располагает каждый из заводов для производства этих узлов. Требуется определить еженедельные затраты времени (в часах) на производство каждого из трех видов узлов на каждом

заводе, обеспечивающие максимальный выпуск изделий.

### 4 вариант

1. В отделе технического контроля (ОТК) предприятия работают контролеры 1-го и 2-го разрядов. Норма выработки ОТК за 8-часовой рабочий день составляет не менее 1800 изделий. Контролер 1-го разряда проверяет 25 изделий в час, причем не ошибается в 98 % случаев. Контролер 2-го разряда проверяет 15 изделий в час, его точность составляет 95 %. Зарботная плата контролера 1-го разряда равна 4 р. в час, контролер 2-го разряда получает 3 р. в час. При каждой ошибке контролера предприятие несет убыток в размере 2 р. Предприятие может использовать не более восьми контролеров 1-го и десяти контролеров 2-го разряда. Руководство предприятия хочет определить оптимальный состав ОТК, при котором общие затраты на контроль будут минимальными.

2. Небольшая семейная фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — "Pink Fizz" и "Mint Pop". Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена, однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и" производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л "Pink Fizz" требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л "Mint Pop" — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л "Pink Fizz" и "Mint Pop" соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Доход фирмы составляет 0,10 ф. ст. за 1 л "Pink Fizz" и 0,30 ф. ст. за 1 л "Mint Pop". Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневного дохода?

3. Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей: X и Y. Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч. в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y — 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук. Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа X составляет 30 ф. ст., а от производства одной детали типа Y — 40 ф. ст.?

## 5 вариант

Таблица 1.1.

Время, требуемое на обработку каждой модели в каждом цехе

Цех	Время на единицу продукции				Максимальная производительность, у/мес.
	"Юпитер"	"Венера"	"Марс"	"Сатурн"	
Узловой сборки	5	8	20	25	800
Сборочный	2	3	8	14	420
Испытательный	0,1	0,2	2	4	150
Максимальное прогнозируемое значение спроса за месяц	100	45	25	20	
Доход, ф.ст.	15	30	120	130	

Кбайт, жесткий диск.

В производственный процесс вовлечены три цеха завода — цех узловой сборки, сборочный и испытательный. Распределение времени, требуемого для обработки каждой модели в каждом цехе, а также максимальные производственные мощности цехов приведены в табл. 1.1. Отдел исследований рынка производит периодическую оценку потребительского спроса на каждую модель. Максимальные прогнозные значения спроса и доходы от реализации единицы продукции каждой модели также содержатся в табл. 1.1.

Построить задачу линейного программирования для изложенной проблемы производства изделий в ассортименте, если цель состоит в максимизации общего ежемесячного дохода.

2. Менеджер по ценным бумагам намерен разместить 100000 ф. ст. капитала таким образом, чтобы получать максимальные годовые проценты с дохода. Его выбор ограничен четырьмя возможными объектами инвестиций: А, В, С и D. Объект А позволяет получать 6% годовых, объект В — 8% годовых, объект С — 10%, а объект D — 9% годовых. Для всех четырех объектов степень риска и условия размещения капитала различны. Чтобы не подвергать риску имеющийся капитал, менеджер принял решение, что не менее половины инвестиций необходимо вложить в объекты А и В. Чтобы обеспечить ликвидность, не менее 25% общей суммы капитала нужно поместить в объект D. Учитывая возможные изменения в политике правительства, предусматривается, что в объект С следует вкладывать не более 20% инвестиций, тогда как особенности налоговой политики требуют, чтобы в объект А было вложено не менее 30% капитала. Сформулируем для изложенной проблемы распределения инвестиций модель линейного программирования.

3. Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в бутылки. На производство 1т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке 1т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,2ч. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 13600 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны - в течение 16,25ч. Прибыль от реализации 1т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

## 6 вариант

1. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силы и оборудованием, необходимыми для производства любого из четырех видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы каждого вида товара, прибыль, получаемая предприятием, а также объем ресурсов указаны в таблице. Определить оптимальный ассортимент при условии, что товаров 1 вида выпускают не более 10 ед., 2 вида не менее 8 ед., а 3 и 4 вида не менее 10 ед.

ресурсы	Затраты ресурсов на 1 ед. товара				Объем ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье, кг	3	5	1	4	600
Рабочая сила, чел	21	10	12	30	4000
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	16000
Прибыль на 1 ед. товара, руб	30	25	50	50	

2. Для нарезки заготовок длиной 20,25 и 30 см используются прутки длиной 75см. требуется за смену нарезать следующие количество заготовок: длиной 20см- 300шт., длиной 25см- 270шт., длиной 30см – 350шт. из одного прутка можно нарезать заготовки различной длины. Количество заготовок, которое можно нарезать из одного прутка по различным вариантам разрезки, приведено в таблице. При каком варианте разрезки будут оставаться концевые остатки, величины которых также приведены в таблице.

заготовка	Длина заготовки, см	Количество заготовок из 1 прутка						
		1	2	3	4	5	6	7
1	20	3	1	1	0	2	0	2
2	25	0	2	1	0	0	3	1
3	30	0	0	1	2	1	0	0
Концевой остаток, см		15	5	0	15	5	0	10

Определить, какое число прутков необходимо нарезать по различным вариантам, чтобы число заготовок соответствовало заданной программе, и чтобы при этом общая длина всех концевых остатков была минимальной.

3. Предприятие производит пиломатериалы и фанеру, используя для этого еловые и пихтовые лесоматериалы. Для приготовления  $2,5 \text{ м}^3$  пиломатериалов необходимо израсходовать  $2,5 \text{ м}^3$  еловых и  $7,5 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Для изготовления  $100 \text{ м}^2$  фанеры требуется  $5 \text{ м}^3$  еловых и  $10 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Запасы предприятия составляют  $80 \text{ м}^3$  еловых и  $180 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Составить задачу нахождения оптимального плана производства предприятия, если по условиям поставок необходимо произвести не менее  $10 \text{ м}^3$  пиломатериалов и  $1200 \text{ м}^2$  фанеры. Доход с  $1 \text{ м}^3$  пиломатериалов составляет 16ед., а со  $100 \text{ м}^2$  фанеры 60 ед.

### 7 вариант

1. Предприятие имеет сырье трех видов: 1 вида- 200 кг, 2 вида – 300кг, 3 вида – 600 кг. Это предприятие выпускает изделия четырех наименований (1,2,3,4). Норма расхода сырья на изготовление единицы каждого изделия дается в таблице. Там же приведена возможная прибыль от реализации изделий каждого вида. Найти ассортимент изделий, дающий максимальную от реализации всех изделий.

сырье	Норма расхода сырья на единицу изделия, кг			
	1	2	3	4
1	2	2	1	2
2	4	5	3	6
3	1	1	2	1
Прибыль от реализации 1 ед. изделия, руб.	6	4	7	9

2. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силой и оборудование, необходимыми для производства любого из четырех видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы каждого вида товара и прибыль, получаемая предприятием, а также объем ресурсов указана в таблице. Составить план выпуска товаров, дающий максимальную прибыль.

ресурсы	Затраты ресурсов на 1 ед. товара				Объем ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье, кг	3	5	2	4	60
Рабочая сила, чел	22	14	18	30	400
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	130
Прибыль на 1 ед. товара, руб	30	25	56	48	

3. Для изготовления трех видов изделий ( А, В и С) фабрика расходует в качестве сырья сталь и цветные металлы, имеющиеся в ограниченном количестве. На изготовлении указанных изделий заняты токарные и фрезерные станки. В таблице приведены объем ресурсов, которыми располагает предприятие, и нормы расхода перечисленных ресурсов на единицу изделия. Кроме того, в последней строке таблицы указана прибыль предприятия от продажи единицы каждого изделия. Определить план выпуска продукции, при котором будет получена максимальная прибыль.

ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу изделия			Объем ресурсов
	А	В	С	
Сталь, кг	10	70	10	57000
Цветные металлы, кг	20	50	10	49000
Токарные станки, станко-ч	300	400	100	560000
Фрезерные станки, станко-ч	200	100	100	340000
Прибыль, тыс.руб	2	8	2	