

Задание 1.1. Построить математическую модель задачи.

Вариант 1

Для кормления коров используются концентрированные и грубые корма. Один кг концентрата содержит 1 кормовую единицу и 0,08 протеина. Один кг грубых кормов содержит 0,25 кормовых единиц и 0,04 протеина. Суточный рацион одной коровы должен содержать не менее 10 кормовых единиц и не менее 1,2 единиц протеина. Определить оптимальный вариант суточного рациона кормления при условии, чтобы стоимость рациона была минимальной, если 1 кг концентрата стоит 5 ден. ед., а 1 кг грубых кормов – 2 ден.ед.

Вариант 2

Совхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества *A* и не менее 12 единиц питательного вещества *B*. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одно животное, чтобы затраты были минимальными? Использовать данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	1	2
A	2	1
B	2	4
Цена 1 кг корма, тыс.руб.	0,2	0,3

Вариант 3

Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный — 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный — 4 ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Вариант 4

На имеющихся у фермера 400 га земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требуют на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои — 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей, — 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый

центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои — 6 ден. ед. Однако согласно этому договору фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

Фермеру хотелось бы знать, сколько гектаров нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

Вариант 5

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (E) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта — A и B. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов A и B на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	Краска E	Краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны 3000 ден. ед. для краски E и 2000 ден. ед. для краски I. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Вариант 6

Финансовый консультант фирмы «ABC» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25 000 долл.) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси - E» и «Дикси - B». Цены на акции: «Дикси - E» — 5 долл. за акцию; «Дикси - B» — 3 долл. за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук. По оценкам «ABC», прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: «Дикси - E» — 1,1 долл.; «Дикси - B» — 0,9 долл.

7

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

Вариант 7

Завод — производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей — X и Y . Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y —2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10 000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства *одной* детали типа X составляет 30 ден. ед., а от производства одной детали типа Y — 40 ден. ед.? Построить экономико-математическую модель задачи, дать

Вариант 8

Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S_1 , S_2 и S_3 . Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг приведены в таблице.

Питательное вещество (витамины)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		I	II
S_1	9	3	1
S_2	8	1	2
S_3	12	1	6

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

Вариант 9

При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида — 3 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

Вариант 10

Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоники» — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоники» соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 1,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоники».

Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

Вариант 11

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс. ден. ед. и помещение площадью в 45 м². Участок может быть оснащен машинами трех типов, характеристики которых приведены в таблице.

Машина	Стоимость машины, тыс. ден. ед.	Занимаемая площадь, м ²	Производительность за смену, тыс. ед.
M ₁	6	9	8
M ₂	3	4	4
M ₃	2	3	3

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

Вариант 12

В опытном хозяйстве установлено, что откорм крупного рогатого скота выгоден только тогда, когда каждое животное получает в суточном рационе не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция. Для кормления животных используется сено и силос. Содержание указанных питательных веществ 1 кг корма каждого вида, а также себестоимость 1 кг корма приведены в таблице. Возможности хозяйства позволяют включать в суточный рацион не более 20 кг сена, не более 25 кг силоса.

Составить кормовой рацион минимальной стоимости, учитывающий минимальные суточные нормы потребления питательных веществ и возможности хозяйства по ресурсам.

Корм	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, ден. ед.
	кормовых единиц	белка, г	кальция, г	
Сено	0,5	40	5	2
Силос	0,2	10	4	1

Вариант 13

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас, и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице. Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей. Построить

Стройматериалы	Расход стройматериалов (м ³) на один дом		Запас стройматериалов, м ³
	I	II	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, м ²	60	50	

Вариант 14

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M_1 и M_2 для выполнения работ P_1 , P_2 и P_3 . Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ, и стоимость каждого трактора приведены в таблице.

Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Вид работ	Объем работ, га	Производительность трактора марки	
		M_1	M_2
P_1	60	4	3
P_2	40	8	1
P_3	30	1	3
Стоимость трактора, ден.ед.		7	2

Вариант 15

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных. Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед. Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед. Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Вариант 16

При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. протеина, 10 ед. углеводов. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице.

Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 ден.ед., второго – 6 ден.ед.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма I	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеины	1	6

Вариант 18

Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит 80 ден. ед. и содержит: 1 ед. жиров, 3 ед. белков, 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 10 ден. ед. и содержит 3 ед. жиров, 1 ед. белков, 8 ед. углеводов, 4 ед. нитратов.

Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед., нитратов не более 16 ед.

Вариант 19

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли. Исходные данные приведены в таблице.

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции	
	Первый вид продукции	Второй вид продукции
30	1	3
48	4	3
60	3	3
Прибыль	70	60

Вариант 20

Для изготовления шкафов и буфетов мебельная фабрика применяет древесину четырёх видов, запасы которой ограничены и составляют соответственно: 12, 16, 12, 8 единиц. Количество единиц древесины для изготовления 1 шкафа и 1 буфета даны в таблице. Требуется составить такой план выпуска продукции, который обеспечивает наибольший доход, если от реализации шкафов получено 2 д. ед. дохода, а буфетов – 3 д. ед. дохода.

Ресурсы	Запасы	Расход	
		1 шкаф	1 буфет
1	12	---	0.4
2	16	0.4	---
3	12	0.2	0.2
4	8	0.1	0.2
Доход		2 ден. ед.	3 ден. ед.