

Основные формулы тригонометрии

группа	формула
Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
Формулы двойного аргумента	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$ $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}$ $\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x} = \frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{2}$
Формулы тройного аргумента	$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad \operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$ $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad \operatorname{ctg} 3x = \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 3 \operatorname{ctg} x}{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}$
Формулы половинного аргумента	$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \quad \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$
Формулы сложения	$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y \quad \operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y} \quad \operatorname{ctg}(x+y) = \frac{\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y}$ $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y \quad \operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y} \quad \operatorname{ctg}(x-y) = -\frac{\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y}$
Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного угла	$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ $\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y} \quad \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} \quad \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = -\frac{\sin(x-y)}{\sin x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\cos(x-y)}{\cos x \sin y} \quad \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} y = -\frac{\cos(x+y)}{\cos x \sin y}$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = -2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = -2 \operatorname{ctg} 2x$$

Формулы приведения

	$\beta = \frac{\pi}{2} \pm \alpha$	$\beta = \pi \pm \alpha$	$\beta = \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$	$\beta = 2\pi \pm \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
$\cos \beta$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$

Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x-y) + \sin(x+y)]$$

:

:

:

: