

СИМПЛЕКС МЕТОД. ДВОЙСТВЕННОСТЬ ЗАДАЧ

Первое задание: составить математическую модель задачи и решить симплексным методом.

Второе задание: к прямой задачи составить двойственную ей задачу.

Третье задание: составить математическую модель прямой и двойственной задачи. Найти решение этой задачи симплексным методом прямой и двойственной задачи.

Распределение вариантов

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант	6 вариант	7 вариант	8 вариант
выполняют студенты, чьи фамилии стоят под номерами в журнале	1, 9, 17, 25	2, 10, 18, 26	3, 11, 19, 27	4, 12, 20, 28	5, 13, 21, 29	6, 14, 22, 30	7, 15, 23, 31	8, 16, 24, 32

1 вариант

№ 1. Для изготовления трех видов изделий (А, В и С) фабрика расходует в качестве сырья сталь и цветные металлы, имеющиеся в ограниченном количестве. На изготовлении указанных изделий заняты токарные и фрезерные станки. В таблице приведены объем ресурсов, которыми располагает предприятие, и нормы расхода перечисленных ресурсов на единицу изделия. Кроме того, в последней строке таблицы указана прибыль предприятия от продажи единицы каждого изделия. Определить план выпуска продукции, при котором будет получена максимальная прибыль.

ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу изделия			Объем ресурсов
	А	В	С	
Сталь, кг	10	70	10	57000
Цветные металлы, кг	20	50	10	49000
Токарные станки, станко-ч	300	400	100	560000
Фрезерные станки, станко-ч	200	100	100	340000
Прибыль, тыс.руб	2	8	2	

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 2; \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6; \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$Z_{\min} = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4$$

№ 3. На кондитерскую фабрику г. Покров перед Новым годом поступили заказы на подарочные наборы конфет из магазинов. Возможные варианты наборов, их стоимость и товарные запасы представлены в таблице.

Наименование конфет	Вес конфет в наборе, кг			Запасы конфет, кг
	А	В	С	
«Сникерс»	0,3	0,2	0,4	600
«Марс»	0,2	0,3	0,2	700
«Баунти»	0,2	0,1	0,1	500
Цена, руб.	72	62	76	

Определите оптимальное количество подарочных наборов, обеспечивающее максимальный доход от продажи.

2 вариант

№ 1. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силы и оборудованием, необходимыми для производства любого из четырех видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы каждого вида товара, прибыль, получаемая предприятием, а также объем ресурсов указаны в таблице. Определить оптимальный ассортимент при условии, что товаров 1 вида выпустят не более 10 ед., 2 вида не менее 8 ед., а 3 и 4 вида не менее 10 ед.

ресурсы	Затраты ресурсов на 1 ед. товара				Объем ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье, кг	3	5	1	4	600
Рабочая сила, чел	21	10	12	30	4000
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	16000
Прибыль на 1 ед. товара, руб	30	25	50	50	

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 \leq 1; \\ x_1 + x_3 + x_4 \geq 1; \\ x_2 + x_3 - x_4 \geq 1; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$Z_{\min} = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

№ 3. Нормы затрат на производство разных видов пиццы, объемы ресурсов и стоимость приведены в таблице. Определите оптимальное количество пиццы, обеспечивающее максимальный доход от продаж.

продукты	Нормы затрат на изготовление 100 шт. пиццы, кг			Запасы продуктов, кг
	ассорти	грибная	Салями	
Грибы	6	7	2	20
Колбаса	5	2	8	18
Тесто	10	8	6	25
Цена за 100 шт., тыс. руб.	9	6	5	

3 вариант

№ 1. Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана, расфасованные в бутылки. На производство 1т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1010, 1010 и 9450 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-ч. На расфасовке 1т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,2ч. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 13600 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-ч, а автоматы по расфасовке сметаны - в течение 16,25ч. Прибыль от реализации 1т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока, расфасованного в бутылки. На производство другой продукции не имеется никаких ограничений. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной. Составить математическую модель задачи.

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 24; \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 46; \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \geq 20; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$Z_{\min} = 90x_1 + 10x_2 + 120x_3$$

№ 3. Постройте математическую модель определения структуры блюд на предприятии общественного питания, обеспечивающую максимальный доход, на основе заданных нормативных затрат продуктов на первые и вторые блюда, представленных в таблице:

ресурсы	Плановый фонд ресурсов	Нормативные затраты ресурсов, кг на 100 блюд				
		1-е блюда	2-е мясные	2-е рыбные	2-е молочные	2-е прочие
Мясо	40	4,0	8,0	--	--	3,8
Рыба, т	25	2,5	--	10	--	--
Овощи. Т	27	3,2	2,0	3,0	--	4,6
Мука, крупа, макаронные изделия, т	20	2,1	2,6	2,3	--	2,8
Молоко, т	50000	6,5	--	--	21	--
Доход, руб.		1,3	2,0	1,5	0,3	1,7

4 вариант

№ 1. Предприятие производит пиломатериалы и фанеру, используя для этого еловые и пихтовые лесоматериалы. Для приготовления $2,5 \text{ м}^3$ пиломатериалов необходимо израсходовать $2,5 \text{ м}^3$ еловых и $7,5 \text{ м}^3$ пихтовых лесоматериалов. Для изготовления 100 м^2 фанеры требуется 5 м^3 еловых и 10 м^3 пихтовых лесоматериалов. Запасы предприятия составляют 80 м^3 еловых и 180 м^3 пихтовых лесоматериалов. Составить задачу нахождения оптимального плана производства предприятия, если по условиям поставок необходимо произвести не менее 10 м^3 пиломатериалов и 1200 м^2 фанеры. Доход с 1 м^3 пиломатериалов составляет 16ед., а со 100 м^2 фанеры 60 ед.

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18; \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 20; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 10; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$Z_{\max} = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

№ 3. Предприниматель арендовал технологическую линию деревообрабатывающих станков для изготовления вагонки. Магазин «Стройматериала» заказал комплекты из трех элементов: две вагонки длиной 2М и одной вагонки длиной 1,25м. Поставщик завозит на грузовом автомобиле доски толщиной 20мм, шириной 100мм, длиной по 6,5м – 200шт. и длиной по 4м – 50шт. Рассчитайте, как распилить доски, чтобы продать максимальное количество комплектов.

5 вариант

№ 1. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силой и оборудование, необходимыми для производства любого из четырех видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы каждого вида товара и прибыль, получаемая предприятием, а также объем ресурсов указана в таблице. Составить план выпуска товаров, дающий максимальную прибыль.

ресурсы	Затраты ресурсов на 1 ед. товара				Объем ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье, кг	3	5	2	4	60
Рабочая сила, чел	22	14	18	30	400
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	130
Прибыль на 1 ед. товара, руб	30	25	56	48	

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 24; \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 10; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 18; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$Z_{\min} = 192x_1 + 210x_2 + 234x_3$$

№ 3. Составьте самый дешевый вариант 1 т кормовой смеси в соответствии с требованиями, представленными в таблице:

Питательные вещества	Требования, %от веса	Содержание питательных веществ, %			
		Люцерновая мука	Сухая барда	Рыбная мука	Соевый шрот
Белок	Не менее 35	17	25	60	45
Жиры	Не менее 1,5	2	5	7	0,5
Клетчатка	Не более 8	25	3	1	6,5
Вес	1т	1	1	1	1
Стоимость, руб. за 1т	?	700	900	1500	1000

6 вариант

№ 1. . Предприятие имеет сырье трех видов: 1 вида- 200 кг, 2 вида – 300кг, 3 вида – 600 кг. Это предприятие выпускает изделия четырех наименований (1,2,3,4). Норма расхода сырья на изготовление единицы каждого изделия дается в таблице. Там же приведена возможная прибыль от реализации изделий каждого вида. Найти ассортимент изделий, дающий максимальную от реализации всех изделий.

сырье	Норма расхода сырья на единицу изделия, кг			
	1	2	3	4
1	2	2	1	2
2	4	5	3	6
3	1	1	2	1
Прибыль от реализации 1 ед. изделия, руб.	6	4	7	9

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 16; \\ 6x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 24; \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 11; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$Z_{\max} = 6x_1 + 12x_2 + 3x_3$$

№ 3. По предписанию врача пациенту необходимо перейти на диету и за сезон употребить питательных веществ, содержащихся во фруктах, в количествах, указанных в таблице:

вещества	Содержание питательных веществ в 1 кг фруктов			Нормы потребления, г
	клубника	яблоки	Смородина	
P ₁	3	2	1	30
P ₂	1	3	4	70
P ₃	0	0	5	40
P ₄	1	0	4	50
Цена, руб. за 1 кг	50	40	30	

Определите, какое количество фруктов каждого вида необходимо купить, чтобы выполнить предписание врача с минимальными расходами.

Определите оптимальное количество издаваемых журналов, которые обеспечат максимальную выручку от продажи.

7 вариант

Таблица 1.1.

Время, требуемое на обработку каждой модели в каждом цехе

Цех	Время на единицу продукции				Максимальная производительность, у/мес.
	"Юпитер"	"Венера"	"Марс"	"Сатурн"	
Узловой сборки	5	8	20	25	800
Сборочный	2	3	8	14	420
Испытательный	0,1	0,2	2	4	150
Максимальное прогнозное значение спроса за месяц	100	45	25	20	
Доход, ф.ст.	15	30	120	130	

№ 1. Завод по производству электронного оборудования выпускает персональные компьютеры и системы подготовки текстов. В настоящее время освоены четыре модели:
 а) "Юпитер" — объем памяти 512 Кбайт, одинарный дисковод;
 б) "Венера" — объем памяти 512 Кбайт, двойной

дисковод;

в) "Марс" — объем памяти 640 Кбайт, двойной дисковод;

г) "Сатурн" — объем памяти 640 Кбайт, жесткий диск.

В производственный процесс вовлечены три цеха завода — цех узловой сборки, сборочный и испытательный. Распределение времени, требуемого для обработки каждой модели в каждом цехе, а также максимальные производственные мощности цехов приведены в табл. 1.1. Отдел исследований рынка производит периодическую оценку потребительского спроса на каждую модель. Максимальные прогнозные значения спроса и доходы от реализации единицы продукции каждой модели также содержатся в табл. 1.1.

Построить задачу линейного программирования для изложенной проблемы производства изделий в ассортименте, если цель состоит в максимизации общего ежемесячного дохода.

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 16x_1 + 6x_2 - 32x_3 \geq 48; \\ -8x_1 + 3x_2 + 16x_3 = 96; \\ -8x_1 + 5x_2 + 8x_3 \leq 16; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,3}. \end{cases}$$

$$Z_{\min} = x_1 + 48x_2 + 16x_3$$

№ 3. Постройте математическую модель определения структуры выпуска первых и вторых блюд на предприятии общественного питания при заданном квартальном плане товарооборота 300000 руб. и получении максимального дохода от реализации на основе данных, приведенных в таблице:

ресурсы	Плановый фонд ресурсов	Нормы затрат ресурсов на 100 блюд			
		1-е блюда	2-е мясные	2-е рыбные	2-е молочные
Затраты труда на производство, чел./ч.	80 000	3,6	6,0	37,0	2,5
Затраты труда на обслуживание, чел./ч	140 000	2,2	5,3	5,2	2,7
Издержки производства и обращения, руб.	17 000	4,4	6,7	6,8	25
Доход, руб.		1,4	2,1	1,6	0,31
Товарооборот, руб.	300 000	30	38	24	23

8 вариант

№ 1. В опытном хозяйстве установили, что откорм животных выгоден тогда, когда животное будет получать в дневном рационе не менее 6 ед. питательного вещества А, не менее 12 ед. вещества В и не менее 4 ед. вещества С. Для кормления животных используются два вида корма. В таблице показано, сколько единиц каждого питательного вещества содержит 1 кг корма каждого вида. Цена 1 кг корма I равна 50 ден. ед., корма II – 60 ден. ед. сколько корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на него были минимальными.

Питательное вещество	корма	
	I	II
А	2	1
В	2	4
С	0	4

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \geq 11; \\ x_2 + x_3 - 4x_4 \leq 8; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 46; \\ x_k \geq 0; k = \overline{1,4}. \end{cases}$$

$$Z_{\max} = 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4$$

№ 3. Брокеру биржи клиент поручил разместить 100 000 долл. США на фондовом рынке. Необходимо сформировать такой портфель с ценными бумагами, чтобы получить максимальные проценты с вложенного капитала. Выбор ограничен четырьмя возможными объектами инвестиций – акций А, В, С, Д, которые позволяют получить доход в размерах соответственно 6, 8, 10 и 9% годовых от вложенной суммы. При этом клиент поручил не менее половины инвестиций вложить в акции А и В. С целью обеспечения ликвидности не менее 25% общей суммы капитала нужно поместить в акции Д. Учитывая прогноз на изменение ситуации в будущем, в акции С можно вложить не более 20% капитала. Специфика налогообложения указывает на необходимость вложения в акции А не менее 30% капитала.

Определите распределение инвестиций капитала, обеспечивающее максимальный годовой доход.

