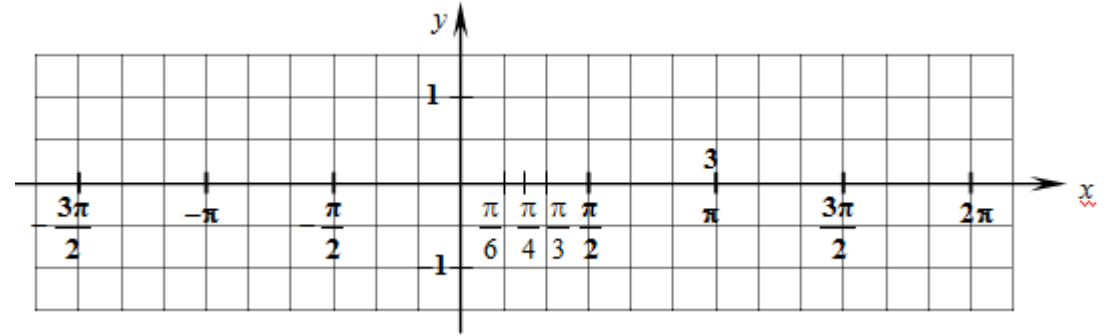


Тригонометрические функции. Графики и свойства.

1. Тригонометрический набор координат

Масштаб: за $1 = 2\text{кл}$, тогда $\frac{\pi}{6} = 1\text{кл}$ $\frac{\pi}{4} = 1,5\text{кл}$ $\frac{\pi}{3} = 2\text{кл}$ $\frac{\pi}{2} = 3\text{кл}$

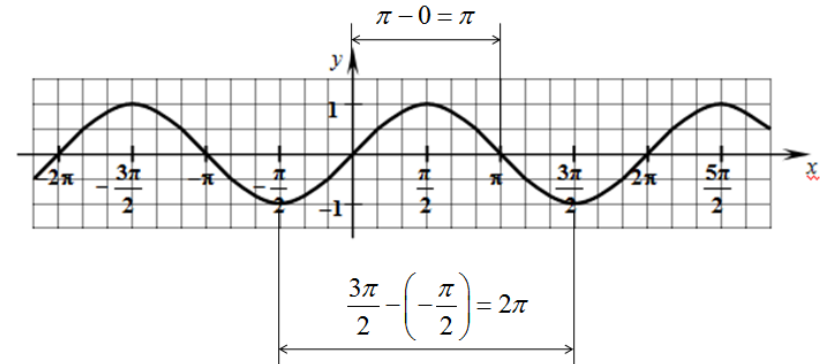
$$\pi \approx 3 = 6\text{кл}$$

2. Функция синуса. Функция, заданная формулой $y = \sin x$ называется функция синуса. График функции синус называется синусоида.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$
y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1,4}{2} \approx 0,7\text{кл}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,7}{2} \approx 0,85\text{кл}$$



Свойства:

1. $D(\sin) = \mathbb{R}$ $E(\sin) = [-1; 1]$

2. $\sin(-x) = -\sin x$

3. $T = 2\pi$

4. непрерывная

5. $y_{\text{возр.}} : x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$

$y_{\text{убыв.}} : x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$

6. $-1 \leq y \leq 1$

7. $y = 0 \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8. $y > 0 : x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

$y < 0 : x \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

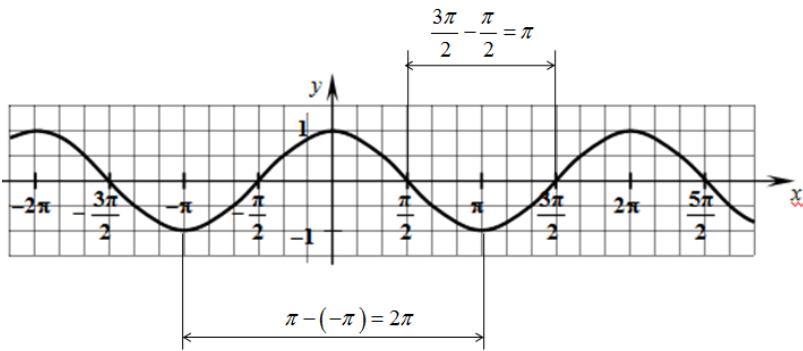
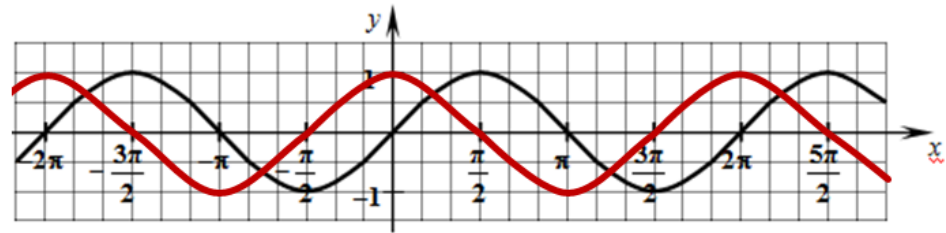
9. $\max : x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\min : x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right) = 1$ $y\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right) = -1$

3. Функция косинуса. Функция, заданная формулой $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$

называется функция косинуса. График функции косинус называется синусоида, полученная путем параллельного переноса графика функции синус влево вдоль

оси абсцисс на $\frac{\pi}{2}$ единиц.



Свойства:

1. $D(\sin) = \mathbb{R}$ $E(\sin) = [-1; 1]$

2. $\cos(-x) = \cos x$

3. $T = 2\pi$

4. непрерывная

5. $y_{\text{возр.}} : x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

$y_{\text{убыв.}} : x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

6. $-1 \leq y \leq 1$

7. $y = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8. $y > 0 : x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

$y < 0 : x \in \left(-\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

9. $\max : x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$\min : x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

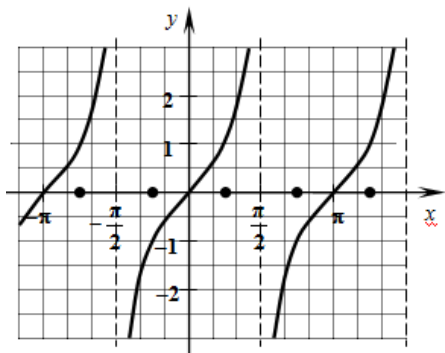
$y(2\pi n, n \in \mathbb{Z}) = 1$

$y(\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}) = -1$

4. Функция тангенса. Функция, заданная формулой $y = \operatorname{tg} x$ называется функция косинуса. График функции тангенс называется тангенсоида.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$
y	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\infty$

$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx \frac{1,7}{3} \approx 0,6\text{кл}$ $\sqrt{3} \approx 1,75\text{кл}$



Свойства:

1. $D(\operatorname{tg}) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

$E(\operatorname{tg}) = \mathbb{R}$

2. $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

3. $T = \pi$

4. $x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

разрыв

5. $y_{\text{возр.}} : x \in D(\operatorname{tg} x)$

6. не ограничена

7. $y = 0$

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8. $y > 0 : x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

$y < 0 : x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

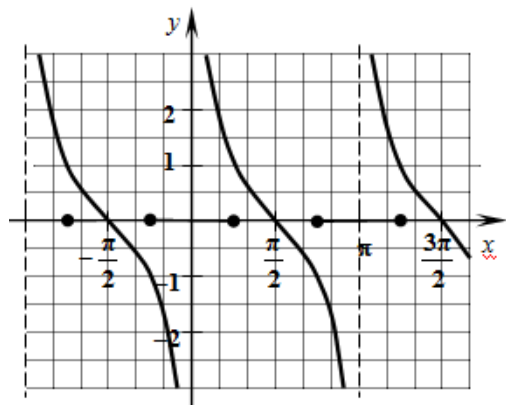
9. _____

10. $x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

вертикальная асимптота

5. Функция котангенс **Функция, заданная формулой $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg}x$ называется функция косинуса.**

График функции котангенс называется тангенсоида, полученная параллельным переносом графика функции $y = \operatorname{tg}(-x)$ вправо на $\frac{\pi}{2}$ единиц.



Свойства:

1. $D(\operatorname{ctg}) : (\pi n, \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

$E(\operatorname{ctg}) = \mathbb{R}$

2. $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg}x$

3. $T = \pi$

4. $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
разрыв

5. $y_{\text{убыв.}} : x \in D(\operatorname{ctg}x)$

6. не ограничена

7. $y = 0$
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8. $y > 0 : x \in \left(\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$
 $y < 0 : x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

9. _____

10. $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
вертикальная асимптота

