

Домашняя работа по теме: «Марковские процессы с дискретным состоянием и дискретным временем»

1. Обучающиеся нашего колледжа каждый год с вероятностью 20% выбывают, 10% остаются на второй год, 70%-переходят на следующий курс. Длительность обучения составляет 4года. Возможность восстановления отсутствует. Вычислить:

- построить граф состояний, если известна матрица переходы за 1 шаг

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,7 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 & 0,7 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0,1 \end{pmatrix}$$

- матрицу переходных процессов через 2такта времени

-вероятность состояний через 3 такта времени, если вектор начальных вероятностей состояний

$$Q = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

2. Предположим, что мужчин можно разделить по их профессиям на работников умственного труда (РУТ), квалифицированных работников (КР) и неквалифицированных рабочих (НР). Допустим, что 80% сыновей РУТ становятся РУТ, 10% становятся КР и 10% - НР. Пусть из сыновей КР 60% становятся КР, 20% - РУТ и 20% НР. Наконец, 50% сыновей НР пусть будут КР и по 25% пусть приходится на долю других категорий. В предположении, что каждый мужчина имеет одного сына:

а) построить цепь Маркова с тремя состояниями, чтобы проследить за несколькими поколениями какой-либо семьи;

б) выписать матрицу переходов;

в) найти вероятность того, что внук НР станет РУТ.

3. Дана матрица перехода цепи Маркова $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$. Распределение вероятностей по состояниям

в начальный момент характеризуется вектором $Q = (0,1 \ 0,9)$. Найти:

а) матрице перехода за два шага

б) распределение вероятностей по состоянию после двух шагов.

4. Состояние банка, характеризуется одной из процентных ставок: 12%, 13%, 14%, которые устанавливаются в начале квартала и фиксированы на всем его протяжении. Таким образом, если система S принять действующую процентную ставку, то она в каждый момент времени может находиться только в одном из состояний: S₁- процентная ставка 12%, S₂ – процентная ставка 13%, S₃ – процентная ставка 14%. Анализ работы банка в предшествующие годы показала, что изменения переходных вероятностей с течением времени пренебрежительно мало. Определить распределение вероятностей состояний системы в конце года, если в конце предыдущего года процентная ставка составляла 13%, а граф вероятностных переходов имеет вид

