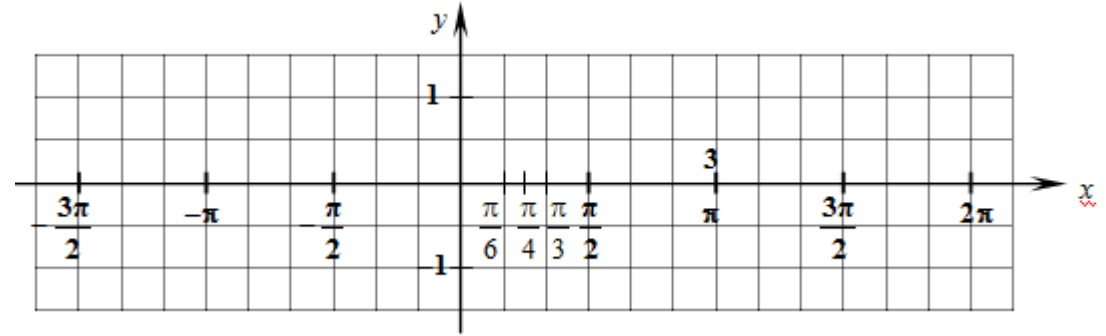


## Тригонометрические функции. Графики и свойства.

## 1. Тригонометрический набор координат

Масштаб: за  $1 = 2\text{кл}$ , тогда  $\frac{\pi}{6} = 1\text{кл}$     $\frac{\pi}{4} = 1,5\text{кл}$     $\frac{\pi}{3} = 2\text{кл}$     $\frac{\pi}{2} = 3\text{кл}$

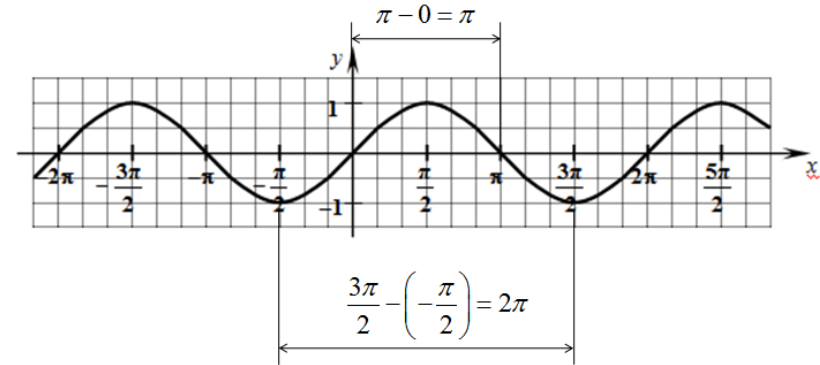
$$\pi \approx 3 = 6\text{кл}$$

2. Функция синуса. Функция, заданная формулой  $y = \sin x$  называется функция синуса. График функции синус называется синусоида.

|     |   |                 |                      |                      |                 |                  |                       |                       |                  |
|-----|---|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------|------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
| $x$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | $-\frac{\pi}{4}$      | $-\frac{\pi}{3}$      | $-\frac{\pi}{2}$ |
| $y$ | 0 | $\frac{1}{2}$   | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | $-\frac{1}{2}$   | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1               |

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1,4}{2} \approx 0,7\text{кл}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,7}{2} \approx 0,85\text{кл}$$



Свойства:

$$1. D(\sin) = \mathbb{R} \quad E(\sin) = [-1; 1]$$

$$2. \sin(-x) = -\sin x$$

$$3. T = 2\pi$$

4. непрерывная

$$5. y_{\text{возр.}} : x \in \left[ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

$$y_{\text{убыв.}} : x \in \left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

$$6. -1 \leq y \leq 1$$

$$7. y = 0 \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

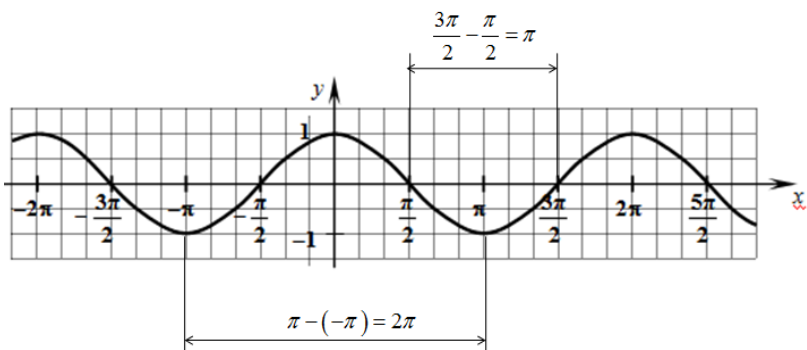
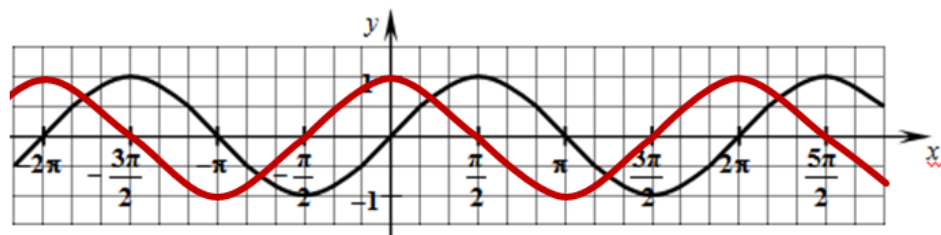
$$8. y > 0 : x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

$$y < 0 : x \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

$$9. \max : x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \min : x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right) = 1 \quad y\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right) = -1$$

3. Функция косинуса. Функция, заданная формулой  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$  называется функция косинуса. График функции косинус называется синусоида, полученная путем параллельного переноса графика функции синус влево вдоль оси абсцисс на  $\frac{\pi}{2}$  единиц.



Свойства:

1.  $D(\sin) = \mathbb{R}$      $E(\sin) = [-1; 1]$

2.  $\cos(-x) = \cos x$

3.  $T = 2\pi$

4. непрерывная

5.  $y_{\text{возр.}} : x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

$y_{\text{убыв.}} : x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$

6.  $-1 \leq y \leq 1$

7.  $y = 0$      $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8.  $y > 0 : x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

$y < 0 : x \in \left(-\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

9.  $\max : x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$                        $\min : x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y(2\pi n, n \in \mathbb{Z}) = 1$                        $y(\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}) = -1$

4. Функция тангенса. Функция, заданная формулой  $y = \text{tg} x$  называется функция косинуса. График функции тангенс называется тангенсоида.

|     |   |                      |                 |                 |                 |                       |                  |                  |                  |
|-----|---|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------|------------------|------------------|------------------|
| $x$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{6}$      | $-\frac{\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{2}$ |
| $y$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1               | $\sqrt{3}$      | $\infty$        | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | -1               | $-\sqrt{3}$      | $-\infty$        |

$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx \frac{1,7}{3} \approx 0,6\text{кл}$                        $\sqrt{3} \approx 1,75\text{кл}$

Свойства:

1.  $D(\text{tg}) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   
 $E(\text{tg}) = \mathbb{R}$

2.  $\text{tg}(-x) = -\text{tg}x$

3.  $T = \pi$

4.  $x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 разрыв

5.  $y_{\text{возр.}} : x \in D(\text{tg}x)$

6. не ограничена

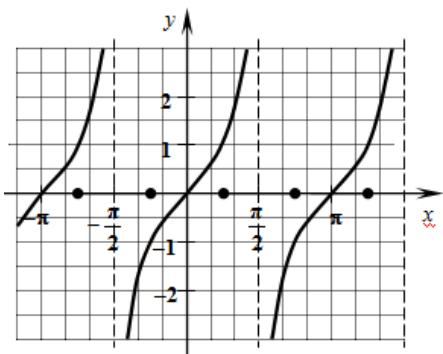
7.  $y = 0$   
 $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8.  $y > 0 : x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   
 $y < 0 : x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

9. \_\_\_\_\_

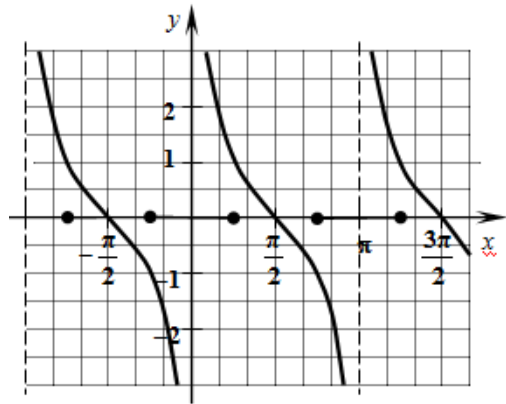
10.  $x = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

вертикальная асимптота



5. Функция котангенс **Функция, заданная формулой  $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{ctg}x$  называется функция косинуса.**

**График функции котангенс называется тангенсоида, полученная параллельным переносом графика функции  $y = \operatorname{tg}(-x)$  вправо на  $\frac{\pi}{2}$  единиц.**



Свойства:

1.  $D(\operatorname{ctg}) : (\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

$E(\operatorname{ctg}) = \mathbb{R}$

2.  $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg}x$

3.  $T = \pi$

4.  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
разрыв

5.  $y_{\text{убыв.}} : x \in D(\operatorname{ctg}x)$

6. не ограничена

7.  $y = 0$   
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8.  $y > 0 : x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   
 $y < 0 : x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

9. \_\_\_\_\_

10.  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
вертикальная асимптота

