

Практическая работа № 4 «Определенный интеграл»

1. Вычислите

1.1	$\int_0^1 (3x^3 + 1)^6 x^2 dx.$	1.2	$\int_1^4 \frac{(1 + \sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx.$
1.3	$\int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2 + 4} dx.$	1.4	$\int_0^1 \frac{x}{(3x^2 + 1)^2} dx.$
1.5	$\int_0^1 xe^{3x^2} dx.$	1.6	$\int_{-1}^0 x^2 9^{x^3+1} dx.$
1.7	$\int_0^1 e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$	1.8	$\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$
1.9	$\int_0^1 e^{5x^3+1} x^2 dx.$	1.10	$\int_{e^3}^{e^4} \frac{dx}{x \ln x}.$
1.11	$\int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx.$	1.12	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} (1 + \sin 4x)^2 \cos 4x dx.$
1.13	$\int_0^{\pi} \sqrt[3]{3 + 2 \cos x} \sin x dx.$	1.14	$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos^2 x}.$
1.15	$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx.$	1.16	$\int_1^{e^2} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx.$
1.17	$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$	1.18	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{(\operatorname{arctg} x + 1)(1 + x^2)}.$
1.19	$\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\arcsin^2 3x \sqrt{1 - 9x^2}}.$	1.20	$\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx.$

1.21	$\int_{\sqrt{6}}^{3\sqrt{2}} \frac{dx}{6+x^2}.$	1.22	$\int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{dx}{12+x^2}.$
1.23	$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$	1.24	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$
1.25	$\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx.$	1.26	$\int_0^{0,5} 5^{\arcsin 2x} \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}.$
1.27	$\int_0^1 9^{3\sqrt{x}+1} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$	1.28	$\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}.$
1.29	$\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{dx}{3+x^2}.$	1.30	$\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

2.1	$y = x^2 - 2x + 2, y = 2 + 4x - x^2.$	2.2	$y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1.$
2.3	$x^2 = 4y, x + y = 3.$	2.4	$y^2 = 8x, 2x - 3y + 8 = 0.$
2.5	$y = 0, y = -x + 2, y = \sqrt{x}.$	2.6	$y = x^2, y = 2\sqrt{2x}.$
2.7	$y = \sqrt{x}, y = \sqrt{4-3x}, y = 0.$	2.8	$y = -x^2, y = x^2 - 2x - 4.$
2.9	$y = 3 - 2x - x^2, y = 0.$	2.10	$y = e^x, y = 0, x = 2.$
2.11	$y = x^3, y = \sqrt{x}.$	2.12	$y = -x^2, y = 2e^x, x = 0, x = 1.$
2.13	$y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 2, y = 0.$	2.14	$y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = \frac{1}{2}, x = \frac{5}{2}.$
2.15	$y = x^2, y = \sqrt[3]{x}.$	2.16	$y = 2^x, y = 2, x = 0.$
2.17	$y = e^{-x}, x = 0, y = 0, x = 3.$	2.18	$y = 1 - e^x, x = 2, y = 0.$
2.19	$y = 1 - e^x, y = 1 - e^2, x = 0.$	2.20	$y = \cos x, y = 1 + \frac{2}{\pi}x, x = \frac{\pi}{2}.$
2.21	$y = \sin 6x, x = 0, x = \pi$ и осью Ox .	2.22	$y = e^x, x = -1, x = 0.$
2.23	$y = x^3, y = 2x, y = x.$	2.24	$y = \frac{x^2}{2} - x + 2, y = x, x = 0.$

2.25	$y = 2(1-x), y = 1-x^2, x = 0.$	2.26	$y = 0, y = 4(x-2), y = (x-1)^2.$
2.27	$y = x^2, y = 1 + \frac{3}{4}x^2.$	2.28	$y = x^2, y = 2x - x^2.$
2.29	$y = x^2 - 2x + 2, y = 2 + 4x - x^2.$	2.30	$y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1.$

3. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси Ох фигуры, ограниченной заданными кривыми.

3.1	$y^2 = 6x, y = 0, x = 3.$	3.2	$4xy = 25, y = 0, x = \frac{5}{2}, x = 5.$
3.3	$y^2 = x, x^2 = y.$	3.4	$x^2 = 4y, x^3 = 8y.$
3.5	$y^2 = 2x, y = 2, x = 0.$	3.6	$y = \frac{x^2}{8} + 1, x - y + 7 = 0.$
3.7	$2y^2 = x^3, x = 4.$	3.8	$xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0.$
3.9	$x = y^2, x = 1, y = 0.$	3.10	$xy = -2, x = 1, x = 2, y = 0.$
3.11	$y^2 = (x+4)^3, x = 0.$	3.12	$y = 4x - x^2, y = x.$
3.13	$y = x^3, x = 2, y = 0.$	3.14	$y = -x^2 + 5x - 6, y = 0.$
3.15	$y = 4x - 2x^2, y = 2x - x^2.$	3.16	$y = x^3 + 2, x = 1, y = 1.$
3.17	$y = 2x - x^2, x + y - 2 = 0, x = 0.$	3.18	$x^2 = 1 - y, x = 0, x = \sqrt{y-2}, x = 1.$
3.19	$y = x^3, y = \sqrt{x}.$	3.20	$y = x^2, y = 1, x = 2.$
3.21	$y = 2x - x^2, y = -x + 2.$	3.22	$y = 2x - x^2, y = 0.$
3.23	$y^2 = 4x, y = x.$	3.24	$y^2 = 4 - x, x = 0.$
3.25	$y = x^2, 8x = y^2.$	3.26	$x = y^2, x = 1, y = 0.$
3.27	$3y = 9 - x^2, x + y - 3 = 0.$	3.28	$4y = 4 - x^2, 2y = 3\sqrt{4 - x^2}.$
3.29	$8y = 3(x-1)^2, 8y = 3.$	3.30	$y^2 = (x+4)^3, x = 0.$

4. По формуле прямоугольников вычислите интеграл, приняв $n=10$. Результаты округляем до тысячных (после запятой оставляем три знака) Найдите относительную погрешность вычисления.

4.1	$\int_1^9 \sqrt{6x-5} dx$	4.2	$\int_1^3 \frac{dx}{2x-1}$
4.3	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$	4.4	$\int_0^1 \frac{dx}{4+x^2}$

4.5	$\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$	4.6	$\int_1^5 \frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$
4.7	$\int_1^5 \frac{dx}{3x+2}$	4.8	$\int_1^3 \frac{xdx}{x^2+1}$
4.9	$\int_6^{21} \sqrt{\frac{x}{3}} - 2 dx$	4.10	$\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$
4.11	$\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$	4.12	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$
4.13	$\int_0^1 \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+5}} dx$	4.14	$\int_0^1 e^{x+3} dx$
4.15	$\int_0^1 2^{3-x} dx$	4.16	$\int_0^1 (x^3-1)^2 \cdot x^2 dx$
4.17	$\int_{\frac{1}{3}}^3 x \cdot e^{3x^2} dx$	4.18	$\int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x+2} dx$
4.19	$\int_{-2}^1 (5-2x)^3 dx$	4.20	$\int_0^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx$
4.21	$\int_{-1}^1 \frac{x^2 dx}{2x^3+3}$	4.22	$\int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{(1-2x)^3}}$
4.23	$\int_{-1}^2 \frac{xdx}{(2x^2+1)^2}$	4.24	$\int_{-5}^9 \frac{2x}{\sqrt{x^2+144}} dx$
4.25	$\int_1^2 (x^2-1)^3 \cdot x dx$	4.26	$\int_{-2}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$
4.27	$\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$	4.28	$\int_1^5 \sqrt{(2x-1)^3} dx$
4.29	$\int_{-1}^0 e^{3x} dx$	4.30	$\int_{0,5}^1 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{3x^2} dx$

5. По формуле трапеций вычислить интегралы, приняв $n=10$. Результаты округляем до тысячных (после запятой оставляем три знака) Найдите относительную погрешность вычисления.

5.1	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$	5.2	$\int_0^1 \frac{dx}{1+2x}$
-----	---------------------------	-----	----------------------------

5.3	$\int_0^1 \frac{dx}{1+3x}.$	5.4	$\int_0^1 \frac{dx}{1+4x}.$
5.5	$\int_0^1 \frac{dx}{1+5x}.$	5.6	$\int_0^1 \frac{dx}{1+6x}.$
5.7	$\int_0^1 \frac{dx}{1+7x}.$	5.8	$\int_0^1 \frac{dx}{1+8x}.$
5.9	$\int_0^1 \frac{dx}{1+10x}.$	5.10	$\int_0^1 \frac{dx}{1+9x}.$
5.11	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}.$	5.12	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+4}.$
5.13	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+9}.$	5.14	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+16}.$
5.15	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+25}.$	5.16	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+36}.$
5.17	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+49}.$	5.18	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+64}.$
5.19	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+81}.$	5.20	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+100}.$
5.21	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}.$	5.22	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+2}.$
5.23	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+3}.$	5.24	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+4}.$
5.25	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+5}.$	5.26	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+6}.$
5.27	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+7}.$	5.28	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3+8}.$

5.29	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3 + 9}$	5.30	$\cdot \int_0^1 \frac{dx}{x^3 + 10}$
------	-------------------------------	------	--------------------------------------

6. Физический смысл определенного интеграла.

6.1	Найти работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м
6.2	Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды от начала движения, если скорость точки $v = 2t + 4$ (м/с).
6.3	Найти работу производимую при сжатии пружины на 0,03 м, если для сжатия её на 0,005 м нужно приложить силу в 10 Н.
6.4	Сила упругости пружины, растянутой на 0,05 м, равна 3 Н. Найти работу, которую надо произвести, чтобы растянуть эту пружину на 0,05 м
6.5	Найти работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м
6.6	Вычислить работу, совершаемую при сжатии пружины на 15 см, если известно, что для сжатия пружины на 1 см необходима сила в 30 Н.
6.7	Вычислить работу, совершаемую при сжатии пружины а 0,08 м, если для сжатия её на 0,01 м нужна Сиды в 25 Н.
6.8	Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 2t^2 - t + 1$ (м/с). Найти путь, пройденный за первые 3 с.
6.9	Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 2t + a$ (м/с). найти значение параметра a , если известно, что за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 2$ (с) тело прошло путь длиной 40 м.
6.10	Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 12t - t^2$ (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала пути, до его остановки. Указание: в моменты начала и остановки скорость тела равна нулю.
6.11	Найти путь, пройденный точкой за третью секунду, зная скорость её прямолинейного движения $v(t) = 3t^2 - 2t - 3$ (м/с).
6.12	Два тела начали двигаться по прямой в один и тот же момент из одной точки в одном направлении. одно тело двигалось со скоростью $v_1(t) = 3t^2 + 2t$ (м/с), другое со скоростью $v_2(t) = 2t$ (м/с). Определить расстояние между телами через 2 секунды.
6.13	Скорость движения точки $v = (9t^2 - 8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
6.14	Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $v = (39,2 - 9,8t)$ м/с. Найти наибольшую высоту подъема тела.
6.15	Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,2 м. Сила в 50 Н растягивает пружину на 0,01 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть ее от 0,22 до 0,32 м?
6.16	Вычислите количество электричества, протекшего по проводу за промежуток времени [3;4], если сила тока задается формулой $I(t) = 3t^2 - 2t$
6.17	Вычислите массу участка стержня от $x_1 = 1$ до $x_2 = 2$, если его линейная плотность задается формулой $p(x) = 4x^2 + 5x + 2$.

6.18	Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени [2;3], если сила тока задается формулой $I(t) = 3t^2 - 2t + 5$.
6.19	Вычислите работу за промежуток времени [4;9], если мощность вычисляется по формуле $N(t) = 6\sqrt{t} + t^2$
6.20	Вычислите работу по переносу единичной массы, совершенную силой $F(x) = 6x^2 + 4x - 2$ на участке [-1;2].
6.21	Скорость движения тела задана уравнением $V = (6t^2 + 4)$ м/с. Найдите путь, пройденный за 5с от начала движения.
6.22	Скорость движения тела задана уравнением $v = t^2 - t + 3$. Найдите уравнение движения, если в начальный момент времени $s_0 = 3$ м.
6.23	Найти уравнение движения точки, если к моменту начала отсчета она прошла путь $s_0 = 4$ м, а его скорость задана уравнением $v = t^2 - 6t + 7$.
6.24	Скорость движения тела пропорциональна квадрату времени. Найдите уравнение движения тела, если известно, что за 3 с оно прошло 18 м.
6.25	Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = (3 + 3t^2)$ м/с. Найдите путь, пройденный телом за 5 с от начала движения.
6.26	Скорость движения тела изменяется по закону $v(t) = (3t^2 + t + 1)$ м/с. Найдите путь, пройденный телом за 4 с от начала движения.
6.27	Найти путь пройденный телом за 10-ю секунду, зная, что скорость его прямолинейного движения выражается формулой $v = (15t - 5t^2)$ м/с.
6.28	Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки, если скорость ее прямолинейного движения изменяется по закону $v = (15t - 5t^2)$ м/с.
6.29	Какую работу совершает сила в 8 Н при растяжении пружины на 6 см?
6.30	Сила в 40 Н растягивает пружину на 0,04 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 0,02 м?